

Statistiques descriptives

Cours 3

Mesures de tendance centrale

Indicateurs de tendance centrale

- ◆ Les mesures de tendance centrale sont utilisées lorsque le chercheur souhaite qu'un chiffre résume le mieux possible la distribution entière de ses mesures
- ◆ Ces indicateurs définissent un « centre » de la distribution
- ◆ Les paramètres de position (ou de tendance centrale) permettent de savoir autour de quelles valeurs se situent les valeurs d'une variable statistique
- ◆ Trois indicateurs de tendance centrale les plus fréquentes:
 - ✓ Le mode
 - ✓ La médiane
 - ✓ La moyenne

Le Mode

- ◆ C'est l'indice le plus simple
- ◆ Le mode est la valeur de la variable observée avec le plus grand effectif (ou la plus grande fréquence).
 - ✓ On dit « mode » pour une série à variable discrète.
 - ✓ On dit « classe nodale » pour une série à variable continue.
- ◆ Il s'exprime dans l'unité de mesure de la variable

Exemple

Soit la série : {8,4,4,3,4,3,8,2,5}

La valeur la plus fréquente de cette série est 4.

Le mode est donc égal à 4 et l'effectif associé est 3.

Médiane

- ◆ La médiane M d'une série statistique discrète est la valeur M telle que au moins 50% des individus ont une valeur du caractère inférieure ou égale à M et au moins 50% des individus ont une valeur du caractère supérieure ou égale à M .

Exemple

Relevé de notes: 15, 7, 22, 4, 12, 30, 9, 18, 6.

Pour déterminer la médiane, il faut ordonner la série :

4, 6, 7, 9, 12, 15, 18, 22, 30.

La médiane est 12, dans cette série, il y a 5 nombres ≤ 12 et 5 nombres ≥ 12 .

Calcul de médiane

- ◆ Dans tout les cas (série pair ou impaire) il faut:
 - ✓ Ordonner la série
 - ✓ Calculer la position de la médiane $\mathcal{P}=(n+1)/2$
 - ✓ La médiane correspond à la valeur de la série à la position \mathcal{P}
- ◆ Si la série est impaire ($2n+1$), la médiane est parfaitement déterminée

Exemple:

Soit une série qui comporte 29 éléments ;

$$\mathcal{P} = (29+1)/2 = 15$$

La médiane correspond à la valeur de la série à la 15^{ème} position

Calcul de médiane

- ◆ Dans tout les cas (série pair ou impaire) il faut:
 - ✓ Ordonner la série
 - ✓ Calculer la position de la médiane $P=(n+1)/2$
 - ✓ La médiane correspond à la valeur de la série à la position P
- ◆ Si la série est pair ($2n$), on prendra (en général) la moyenne arithmétique des deux valeurs

Exemple

Soit une série qui comporte 28 éléments; $P= (28+1)/2 = 14,5$

La médiane correspond à la moyenne entre la valeur à 14^{ème} et la valeur à la 15^{ème} position.

Calcul de médiane

- ◆ La médiane est peu sensible aux valeurs extrêmes

Exemple:

On a relevé à l'issu d'un test d'empathie affective* le résultat de 10 participants (points entre [0,100]).

Points = [10,40,45,55,56,60,62,63,64,90]

- Quelle est la médiane ?
- Quelle est la médiane si on supprime la valeur 90 ?

* C'est l'empathique "reflexe" et émotionnelle. Les émotions par contagion.
Ex: vous voyez quelqu'un se taper sur le doigt et vous avez un reflexe d'avoir mal pour lui.

Calcul de médiane

- ◆ La médiane est peu sensible aux valeurs extrêmes

Exemple:

On a relevé à l'issu d'un test d'empathie affective* le résultat de 10 participants (points entre [0,100]).

Points = [10,40,45,55,56,60,62,63,64,90]

- Quelle est la médiane ?

$P=(10+1)/2=5.5$ entre la position 5 et 6 $M=(56+60)/2=58$

- Quelle est la médiane si on supprime la valeur 90 ?

$P=(9+1)/2=5$ à la 5eme position $M=56$

* C'est l'empathique "reflexe" et émotionnelle. Les émotions par contagion.
Ex: vous voyez quelqu'un se taper sur le doigt et vous avez un reflexe d'avoir mal pour lui.

Calcul de la moyenne

◆ Moyenne arithmétique

La moyenne arithmétique d'une série statistique est la somme des valeurs divisée par le nombre total des valeurs.

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

◆ Moyenne pondérée

Lorsque les valeurs sont affectées de coefficients, on parle de « moyenne pondérée ».

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}$$

Calcul de la moyenne

◆ Exemple soit la série de notes

Notes	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	19
Eff.	1	2	1	1	2	2	4	2	1	3	1	1	1	1

$$(1 \times 3 + 2 \times 5 + 1 \times 6 + 1 \times 7 + 2 \times 8 + 2 \times 9 + 4 \times 10 + 2 \times 11 + 1 \times 12 + 3 \times 13 + 1 \times 14 + 1 \times 15 + 1 \times 16 + 1 \times 19)$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}$$

$$(1+2+1+1+2+2+4+2+1+3+1+1+1+1)$$

$$m = 237/23 \sim 10,30$$

Calcul de la moyenne

Exemple:

On a relevé à l'issue d'un test d'empathie affective* le résultat de 10 participants (points entre [0,100]) .

Points = [10,40,45,55,56,60,62,63,64,90]

- Quelle est la moyenne?

$$M = 545/10 = 54.5$$

- Quelle est la moyenne si on supprime la valeur 90 ?

$$M = 455/6 = 50.5$$

*C'est l'empathique "reflexe" et émotionnelle. Les émotions par contagion.
Ex: vous voyez quelqu'un se taper sur le doigt et vous avez un reflexe d'avoir mal pour lui.

Indicateurs de tendance centrale

- ◆ Dépend de la nature des données

